

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2020-2021**

**Probă scrisă**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 8**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |    |    |
|----|----|----|
| 1. | c) | 5p |
| 2. | b) | 5p |
| 3. | c) | 5p |
| 4. | b) | 5p |
| 5. | a) | 5p |
| 6. | a) | 5p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|    |    |    |
|----|----|----|
| 1. | a) | 5p |
| 2. | d) | 5p |
| 3. | b) | 5p |
| 4. | b) | 5p |
| 5. | d) | 5p |
| 6. | d) | 5p |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|    |                                                                                                             |    |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. | a) Dublul lui 8 este 16, jumătatea lui 8 este 4                                                             | 1p |
|    | Cum $4 + 6 = 10 \neq 16$ , rezultă că nu este posibil ca $n$ să fie egal cu 8                               | 1p |
|    | b) $2n = \frac{n}{2} + 6$ , deci $n = 4$ , de unde $m^2 = 4$                                                | 2p |
|    | Cum $m \in \mathbb{N}$ , convine $m = 2$                                                                    | 1p |
| 2. | a) $E(x) = 2x^2 + 12x + 18 - x^2 + 4 - 10x - 14 - 7 = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$ , pentru orice număr real $x$ | 2p |
|    | $E(\sqrt{3}-1) = (\sqrt{3}-1+1)^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$                                                       | 1p |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                     |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
|           | <b>b)</b> $E(-1) = (-1+1)^2 = 0^2 = 0$<br>$E(-1) \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0 \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>1p</b><br><b>1p</b>              |
| <b>3.</b> | <b>a)</b> $f\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) = \sqrt{3} + \frac{3}{2} - 3$<br>Cum $f\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) = \sqrt{3} + \frac{3-6}{2} = \sqrt{3} - \frac{3}{2}$ , rezultă că punctul $A\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}, \sqrt{3} - \frac{3}{2}\right)$ aparține reprezentării geometrice a graficului funcției $f$                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>1p</b><br><b>1p</b>              |
|           | <b>b)</b> $OA = 3$ , unde $A(3,0)$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ , iar $OB = 3$ , unde $B(0,-3)$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$<br>$\triangle AOB$ este dreptunghic isoscel de bază $AB$ , astfel mediana corespunzătoare bazei este și înălțime, deci dreapta ce trece prin $O$ și prin mijlocul ipotenuzei este perpendiculară pe $AB$                                                                                                                                                                                      | <b>2p</b><br><b>1p</b>              |
| <b>4.</b> | <b>a)</b> $\triangle AEB$ este isoscel, $EN \perp AB$ , deci $EN$ este mediană, de unde rezultă că $AN = \frac{AB}{2} = 12$ cm<br>$\triangle AMD$ este dreptunghic în $M$ , $AM = \frac{AB - DC}{2} = 8$ cm, deci $DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = 6$ cm<br>$\triangle AMD \sim \triangle ANE$ , deci $\frac{DM}{EN} = \frac{AM}{AN}$ , de unde obținem că $EN = 9$ cm                                                                                                                                                                                                                                     | <b>1p</b><br><b>1p</b><br><b>1p</b> |
|           | <b>b)</b> $\triangle MNG \equiv \triangle CTG$ , unde $\{T\} = EN \cap DC$ , și cum $TN = DM = 6$ cm, rezultă $GN = \frac{DM}{2} = 3$ cm, $GN = GT$<br>$EN$ este înălțime în triunghiul isoscel $AEB$ de bază $AB$ , deci și mediană, iar $EN = 3GN$ , rezultă că $G$ este centrul de greutate al triunghiului $AEB$                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>1p</b><br><b>1p</b>              |
| <b>5.</b> | <b>a)</b> $\triangle ABC$ dreptunghic în $A$ în care $\sphericalangle B = 30^\circ$ , deci $BC = 2AC = 24$ cm și<br>$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 12\sqrt{3}$ cm<br>$A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 72\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>1p</b><br><b>1p</b>              |
|           | <b>b)</b> În triunghiul $ABC$ dreptunghic în $A$ , $\sphericalangle ABC = 30^\circ$ , deci $\sphericalangle ACB = 60^\circ$ , dar $\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle DCP$ , deci $\sphericalangle DCP = 60^\circ$ , $DP \perp BC, P \in BC$<br>În triunghiul $DPC$ dreptunghic în $P$ , $\sin C = \frac{DP}{DC}$ , de unde obținem<br>$DP = 12 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$ cm, deci distanța de la punctul $D$ la dreapta $BC$ este $DP = 6\sqrt{3}$ cm                                                                                                                                | <b>1p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>6.</b> | <b>a)</b> Suma lungimilor tuturor muchiilor prisme este $S = 6AB + 3AA'$<br>Obținem $S = 6 \cdot 12 + 3 \cdot 12\sqrt{3} = 72 + 36\sqrt{3} = 36(2 + \sqrt{3})$ cm                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>1p</b><br><b>1p</b>              |
|           | <b>b)</b> $BC \subset (MBC)$ , $B'C' \subset (MB'C')$ , $BC \parallel B'C' \parallel MN$ , unde $MN = (MBC) \cap (MB'C')$ , $\{N\} = A'C \cap AC'$ , și considerând $P$ mijlocul lui $MN$ rezultă $AP \perp MN$ , $AP \subset (MB'C')$ și $A'P \perp MN$ , $A'P \subset (MBC)$ , deci $\sphericalangle((MBC), (MB'C')) = \sphericalangle(AP, A'P)$<br>$AQRA'$ dreptunghi, unde $Q$ mijlocul lui $BC$ și $R$ mijlocul lui $B'C'$ , și cum<br>$AQ = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = \frac{AA'}{2}$ , deci $AA' > AQ$ , rezultă că $\sphericalangle(AP, A'P) = \sphericalangle APQ$ ca unghi ascuțit | <b>1p</b><br><b>1p</b>              |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <p>În triunghiul <math>A'AQ</math> dreptunghic în <math>A</math>, mediana <math>AP = \frac{A'Q}{2} = 3\sqrt{15}</math> cm, iar înălțimea</p> $AS = \frac{AA' \cdot AQ}{A'Q} = \frac{12\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}}{6\sqrt{15}} = \frac{36\sqrt{15}}{15} = \frac{12\sqrt{15}}{5}$ <p>cm, unde <math>AS \perp A'Q</math>, <math>S \in A'Q</math>, obținem din</p> <p>triunghiul <math>ASP</math> dreptunghic în <math>S</math> că <math>\sin \angle(APQ) = \frac{AS}{AP} = \frac{4}{5}</math>, deci sinusul unghiului dintre</p> <p>planele <math>(MBC)</math> și <math>(MB'C')</math> este <math>\frac{4}{5}</math></p> | <b>1p</b> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|